

STOKASTİK STOK KONTROL MODELLERİ

Şule ÖZKAN (*)

Ö Z E T

Stok kontrolü, günümüz işletmelerini yakından ilgilendiren konular arasında yer almaktadır. Ancak büyük işletmeler dışında, teorik yapısına uygun olarak stok kontrolü yapmak henüz yaygınlaşmamıştır. Stok kontrolü genel olarak deterministik ve stokastik (probabilistik) olmak üzere iki başlık altında ele alınır. Deterministik modellerde, başta talep ve ön zaman olmak üzere, modelin diğer parametrisininin (elde stok bulundurma, noksan stok ve depolama gibi maliyetlerle diğer parametrisinler) bilindiği varsayımından hareket edilir ve ekonomik sipariş miktarı ile diğer istenenler için çözüm yapılır. Oysa stokastik stok kontrol modellerinde ise, talep ve ön zaman rastgele olarak kabul edilir ve sipariş üzerine çalışan işletmeler dışında kesin olarak bilinemeyip, çoğu kez bir olasılık dağılımı yardımıyla tanımlanabilmektedir. Gerçek yaşama da yakın olduğu düşüncesiyle, bu makalede stokastik modeller ele alınıp, başlangıç maliyetin olduğu ve olmadığı ani talepli tek dönem modeller ele alınmıştır. Ayrıca birer örnek problemle bu modellerin işleyişi açıklanmak istenmiştir.

1. GİRİŞ

Çoğu işletme stok bulundurur. Üretim faaliyetleri ile uğraşan bir işletmede ham, yarı ve hatta mamul maddeler stok konusu olabilirler. Üretim faaliyeti dışında kalan işletmeler ise kendi faaliyetlerine göre ihtiyaçları doğrultusunda stoklarında mal bulundururlar (Hicks, 1977). Kısaca, gelecek dönemlerde üretimde bulunmak ya da satmak amacıyla elde mal bulundurma faaliyetini stok diye tanımlayabiliriz (Cook and Russel, 1981; 522). İşletmeler aşağıda sıralayacağımız nedenlerden dolayı stok bulundururlar:

(*) Yrd. Doç. Dr., Atatürk Üni., İ.İ.B.F., İşletme Bölümü

a. Üretim Düzenlemesi: Mevsimlik ya da üretim düzeninin gereği olarak ortaya çıkan nedenlerle ürünlere olan talep dalgalanma gösterir. İşletmeler belirsiz zamanlarda ortaya çıkabilecek talebi karşılamak, müşteri kaybetmemek amacı ile stok bulundururlar.

b. Büyük Hacimlerde Üretme veya Satın Almanın Sağladığı Yararlar: Pek çok üretim akışı içinde üretime başlama ve üretimin süresi söz konusu olur. Eğer başlama zamanı önem taşımakta ise, üretim hacminin büyük tutulması uygundur. Ayrıca satınalma esnasındaki büyük miktarlar, miktar iskontolarına neden olacağından bu olanaktan yararlanmak için alıcı işletmeler alım miktarlarını büyük tutabilirler.

c. Belirsiz Ön Zaman: Bir mal için sipariş verilmesi ve onun teslim alınması arasında geçen süreye ön zaman denir. İşletmeler ön zaman sırasında üretimlerinin ve/veya satışlarının aksamasını, hele tamamen durmasını istemezler, bu nedenle de stok bulundurmaya özen gösterirler.

Burada kısaca envanter kararından söz etmekte yarar olduğu kanısındayız. Genel olarak yönetici, iki hususta karar almak zorundadır. 1. Bir defada ne miktar sipariş yapacak ve 2. Bu siparişi ne zaman yapacak. Bu kararlar kesin olarak verildiği takdirde, en az maliyetli stok kontrol politikası belirlenebilir (Aydıncıoğlu, 1976).

Kısaca değindiğimiz stok bulundurma nedenleri ve envanter kararlarının yanısıra dikkat edilecek bir diğer husus, stok bulundurma faaliyetini en az (minimum) maliyetle yürütmektir. O halde karşımıza stok bulundurmanın getirdiği maliyetler çıkmaktadır. Bu maliyetler sipariş, stok bulundurma ve noksan stok (kıtık) maliyetleri olarak sıralanabilirler. Bu noktada dikkat edilecek hususlar şunlardır:

— Stoklara yatırılan sermayenin faizi,

— Depo kirası ya da deponun mal olma bedeli, elektrik, hizmetlilere ödenen ücret, sigorta gibi masrafları da içine alan depolama maliyetleri ve,

— Modası geçmenin yüklediği maliyetler.

Buraya kadar stok sisteminde yer alan iki unsuru, maliyet ve ön zamanı kısaca hatırlatmaya çalıştık. Bu unsurlardan maliyet az çok bilinebilir, ön zaman ise her zaman bilinemeyebilir, stokastik olabilir. Şimdiye kadar sözünü etmediğimiz bir stok sistemi unsuru da taleptir. Stokastik stok modellerinde talep ve ön zamanın rastgele olduğu varsayılır ve bir olasılık dağılımı yardımıyla tanımlanırlar. Rastgele talep ve ön zamanın gamma dağılımıyla tanımlanabilmesi, ön zaman esnasındaki talep mikta-

rının negatif binomial dağılımla açıklanabileceği sonucunu doğurur (Taylor, 1961). Elbette talep miktarının dağılımı geçmiş talep verilerine dayanılarak uygun olasılık dağılımları yardımıyla belirlenecektir. Sipariş üzerine üretim gibi bazı durumlar hariç, talep belirsizdir denebilir. Oysa deterministik stok kontrolü modellerinde talep ve ön zamanın kesin olarak bilindiği varsayımından hareketle model kurulur ve sistemin analizi yapılır. Yukarıda da değindiğimiz gibi, gerçekte ne talep ne de ön zaman kesin olarak bilinemez ve bunlar için kullanılan değerler varsayım olmayıp tahmin edilirler (Alwan and Parisi, 1974: 469).

Stokastik stok kontrol modellerinde yer alan diğer parametreler de çoğu kez rastgele değişkenler olarak kabul edildiklerinden bir olasılık dağılımına uygun olarak tahminleri yapılır. Eğer rastgele değişkenler sürekli iseler, sürekli olasılık dağılımlarıyla, aksi halde kesikli olasılık dağılımları yardımıyla tanımlanılmaya çalışılarak modelde kullanılırlar.

Stokastik modellerin yapılarını açıklamaya geçmeden önce stokların oluşma nedenlerini de özetleyelim. İşletmeler iki ana nedenden ötürü stok bulundururlar:

1. İşletme yararına uygun olduğu için bir malı satın alıp elinde bulundurabilir. Bu tür stok yapmanın üç ana nedeni vardır;

a. Mevcut ihtiyaçların karşılanması için stok bulundurmak,
b. Gelecekte ortaya çıkabilecek bir ihtiyacı karşılamak amacıyla stok bulundurmak,

c. Beklenmeyen ve ani bir ihtiyacın ortaya çıkması halinde tedarik güçlükleri göz önüne alınarak stok bulundurmak (Tatar, t.siz: 51)

2. İşletme herhangi bir stok plânı ve politikası olmaksızın stok bulundurur.

Stoklar hakkındaki bu kısa ve genel bilgilerden sonra stokastik stok maddelerinden söz edelim.

2. STOKASTİK STOK KONTROL MODELLERİ

Bu modellerde talebin hatta ön zamanın rastgele değişkenler oldukları kabul edilir. Oysa yukarıda da değindiğimiz gibi deterministik modellerde talebin kesin olarak bilindiği varsayılır (Richmond, 1968). Stokastik modellerde kullanılan temel kriter beklenen maliyetleri minimize etmektir. Aslında bütün stok modellerinin temel amacı az maliyetle optimum stok miktarını belirlemektir. Ancak stokastik modellerde bu husus daha belirgindir. Stokastik modellere örnek vermeden önce bu modellerin genel varsayımlarını sıralayalım:

1. Bir siparişin verilmesi ile onun teslim alınması arasında geçen ön zaman stokastiktir,
2. Ön zaman esnasında karşılanamayan talepler noksan stok (kayıp müşteri) demektir,
3. Ön zaman esnasındaki talebin dağılımı zamandan bağımsızdır,
4. Ele alınan dönemde birden fazla sayıda sipariş söz konusu değildir.

Yukarıdaki varsayımlara ek olarak, bu çalışmada ele alınan modellerde enflasyon etkisinin olmadığı kabul edilmiştir. Enflasyonu, kaynağında parasal gelirlerin önemli rol oynadığı genel fiyat düzeyindeki devamlı ve önemli yükselme hareketleri diye tanımlamak mümkündür (Türk, 1979: 75). Bu tanımdan da anlaşılacağı gibi, enflasyon dönemlerinde hem yatırımcılar hem de diğer müteşebbisler, fiyatlardaki artış hızı stokların yüklediği maliyetlerin üzerinde seyrettiği sürece stok yapmayı tercih ederler. Bu nedenle modelin varsayımları arasında enflasyon etkisinin olmadığı kabul edilmektedir.

1. TEK DÖNEM MODELLER

Bu bölümde önce «başlangıç maliyetin olmadığı» sonra da «başlangıç maliyetin olduğu» durumları inceleyelim. Her iki durum için de ani talep olduğu kabul edilmektedir.

— Ani Talep ve Başlangıç Maliyetsiz Model:

Sadece belirli bir zaman dönemine ait talebi karşılayabilecek miktarda sipariş yapıldığı zaman ortaya çıkan durumu inceleyen stok modelidir. Örnek verecek olursak, moda mallar için işletmeci belirli bir süre sonra sipariş vermeyecektir. Ancak yine de böyle durumlarda stok yenileme faaliyetinin ani olduğu varsayımlar arasında yer alır. Optimal stok düzeyi ise beklenen stok maliyetlerinin minimum olması kuralına göre belirlenir. Bu maliyetlerin içine stok bulundurma maliyeti ve noksan stok maliyeti de girer. Modelde talebin ve bazen ön zamanın belirlenen bir olasılık dağılımı yardımıyla tanımlandığı ve rastgele değişkenler olduğu kabul edilir. Yukarıda da söylediğimiz gibi ani talep de varsayımlar arasındadır. Dönem başına talep karşılanabilmekte, talep miktarına bağlı olarak dönem içinde ve sonunda stok durumu ya artık (fazla) ya da noksan (eksik) olabilmektedir.

y = sipariş miktarını,

t = talep miktarını gösterebilir.

Bu durumda eldeki stok miktarı ($H(y)$) ve noksan stok miktarı ($G(y)$) sırayla, aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$H(y) = \begin{cases} y-t, & t < y \text{ için} \\ 0, & t \geq y \text{ için} \end{cases}$$

ve

$$G(y) = \begin{cases} 0, & t < y \text{ için} \\ t-y, & t \geq y \text{ için} \end{cases}$$

Beklenen toplam stok maliyeti ise, sipariş maliyeti stok bulundurma maliyeti noksan stok maliyetinden oluşur.

Ayrıca,

h = birim zamanda birim başına elde bulundurma maliyeti,

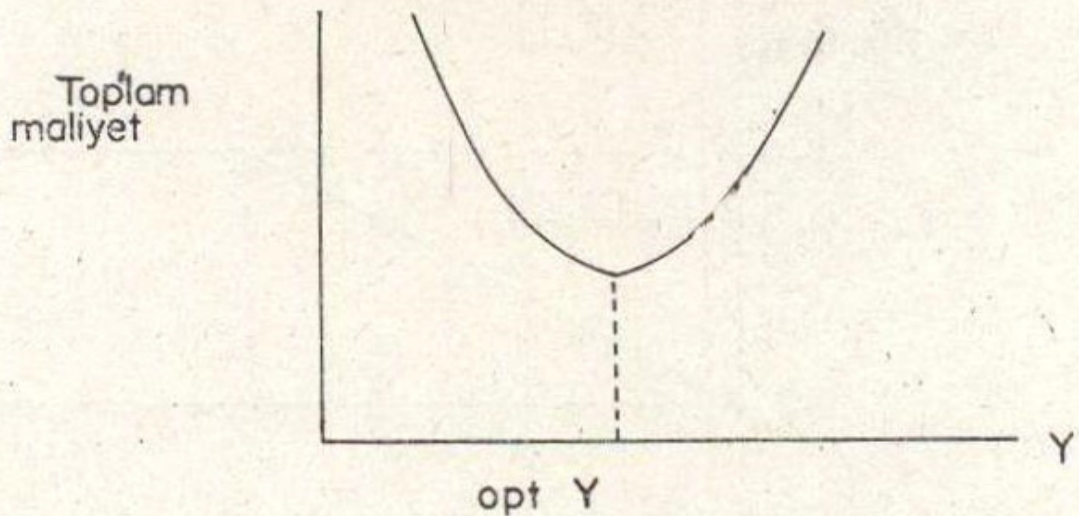
p = birim zamanda birim başına noksan stok maliyeti,

c = birim satın alma maliyetini temsil etsin.

Talebin yığımlı dağılımını $F(y)$ ile gösterirsek aşağıdaki ifadenin yazılması mümkündür:

$$F(y) = \frac{p-c}{p+c} = q \quad p > c \text{ yazılır.}$$

Bu ifadeye göre « y » nin değeri $p \geq c$ ise tanımlanabilir. Optimal y değeri beklenen toplam maliyet formülüne göre elde edilir ve bu maliyet değerinin minimum olduğu nokta da optimal y değerini verir. Bu, aşağıdaki grafikte açıkça görülebilmektedir (Johnson, 1974: 45-47).



Şekil 1. Ani Talepli ve Baslangic Maliyetsiz Model.

Eğer, $y^{op} > x$ ise

$y^{op} - x$ kadar sipariş verilir,

Eğer, $y^{op} \leq x$ ise sipariş verilmez.

Grafikten de açıkça görüldüğü gibi y tektir ve $t \leq y^{op}$ olasılığına bağlı olarak seçilir. Burada x sipariş verilmeden önce eldeki stok miktarını belirtmektedir. Şimdi sayısal bir örnekle sistemin işleyişini görelim.

Bir stok problemi için, $h = 15$ Tl., $p = 8,5$ Tl., $c = 0,5$ Tl. olmak üzere talebin yoğunluk fonksiyonu,

$$\phi(t) \begin{cases} 1/10 & , 0 \leq t \leq 10 \\ 0 & , t > 10 \end{cases}$$

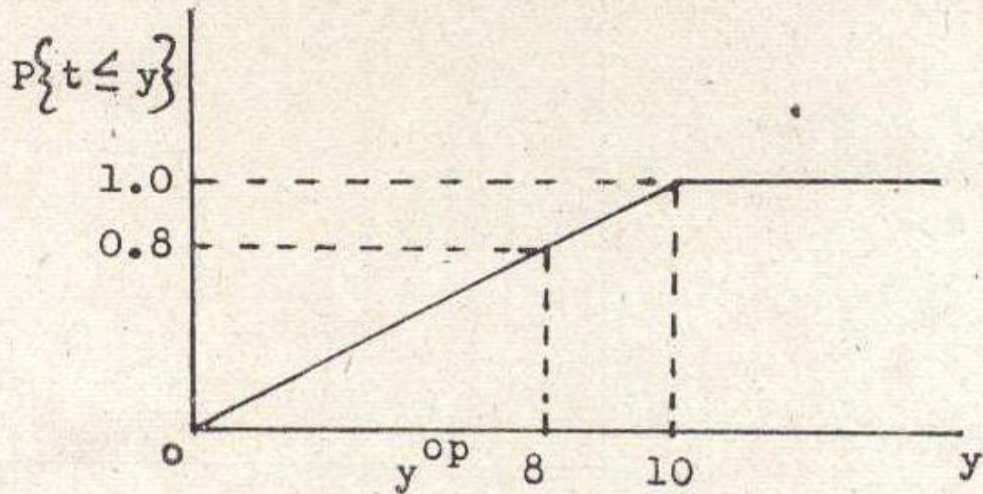
$$q = \frac{p-c}{p+c} \text{ formülünden hareketle,}$$

$$q = \frac{8,5-0,5}{8,5+1,5} = 0,8 \text{ elde edilir. Şimdi aşağıdaki ifadeye göre, opti-}$$

mal y miktarını bulalım.

$$P \{ t \leq y^{op} \} = \int_0^{y^{op}} \phi(t) dt = \int_0^{y^{op}} \frac{1}{10} dt = \frac{y^{op}}{10} = q \text{ ya da } y^{op} = 8$$

elde edilir. Bu durumu aşağıdaki grafikte de görebiliriz.



Şekil 2. Örnek problemin çözüm grafiği

Yukarıda çözdüğümüz problemi, bu kez de talebin olasılık yoğunluk fonksiyonunun kesikli olduğu durum için ele alalım. Diğer veriler ve yo-

ğunluk fonksiyonu tablosu:

$$h = 2 \text{ TL.}, p = 8 \text{ TL. ve } c = 4 \text{ TL.}$$

$\phi(t)$	0	10	20	30	40	50
t	.10	.20	.25	.30	.10	.05

$$\text{Kritik oran : } q = \frac{p-c}{p} = \frac{8-4}{8} = \frac{4}{8} = 0.5 \quad q = 0.66$$

y	0	10	20	30	40	50
P t y	.10	.30	.55	.85	.95	1.0

$$q = .66$$

$$P\{t \leq 2\} = 0,55 < 0.66 < 0.85 = P\{t \leq 30\} \quad \text{ve } y^{op} = 30$$

olarak elde edilir.

— Ani Talepli ve Başlangıç Maliyetli Model:

Tek dönemli modellerde başlangıç maliyetin olduğu ani talepli duruma kısaca (s—S) politikası denir. Modelde ön zaman sıfır olarak kabul edilir (Zimmerman and Sovereign, 1974: 366). Gözden geçirme ya da sipariş dönemi sabit olup, bu stok politikasının amacı optimal sipariş düzeyi olan «S» yi saptamaktır. Sipariş verme ve yenileme aynı zamanda yapıldığı için, yenilemenin ani olarak yapıldığı modelin varsayımları arasındadır. Toplam maliyet, önceki modelin toplam maliyetine başlangıç maliyetin eklenmesi ile elde edilir. Bu modeli grafiklerle de açıklamak mümkündür. Notasyonlar ise;

k = başlangıç maliyeti,

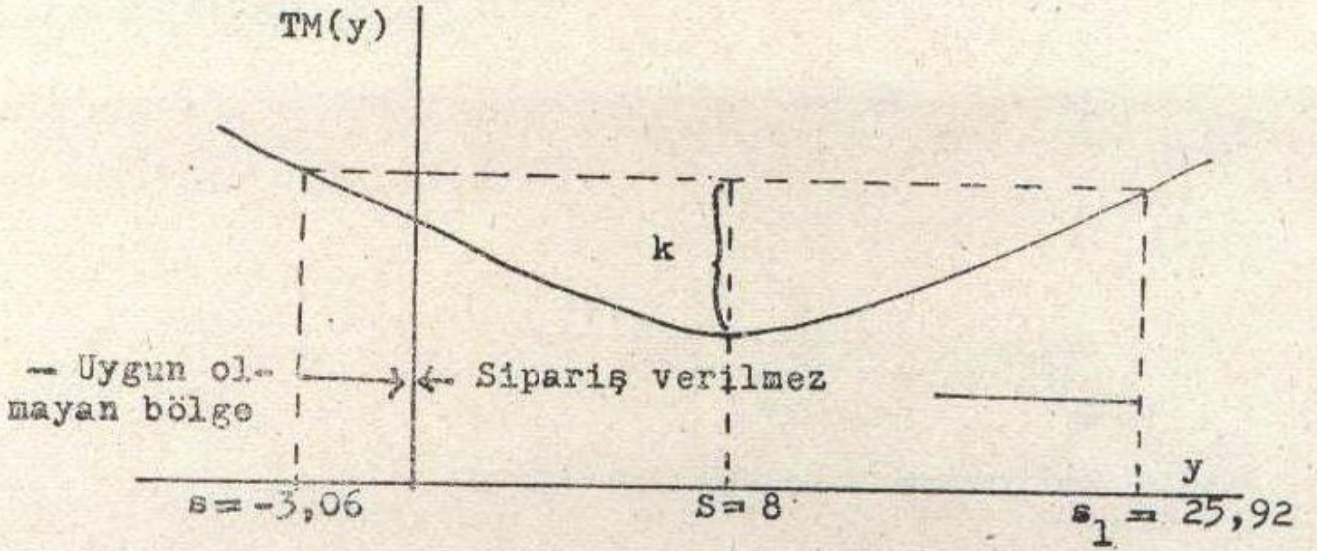
TM = toplam maliyet,

$\overline{\text{TM}}$ = toplam maliyet + başlangıç maliyet olmak üzere «S» nin değeri,

$$\overline{\text{TM}}(s) = \overline{\text{TM}}(S) = k + \text{TM}(S) \quad s < S$$

durumunda tanımlanırken, optimal «y» ye eşittir. Burada sistemin işleyi-

nucunda, S değerinden küçük olmasına bağlıdır. Örnek problemin grafik izahı Şekil 4. de gösterilmiştir.



Şekil 4. Örnek probleme ait çözüm grafiği

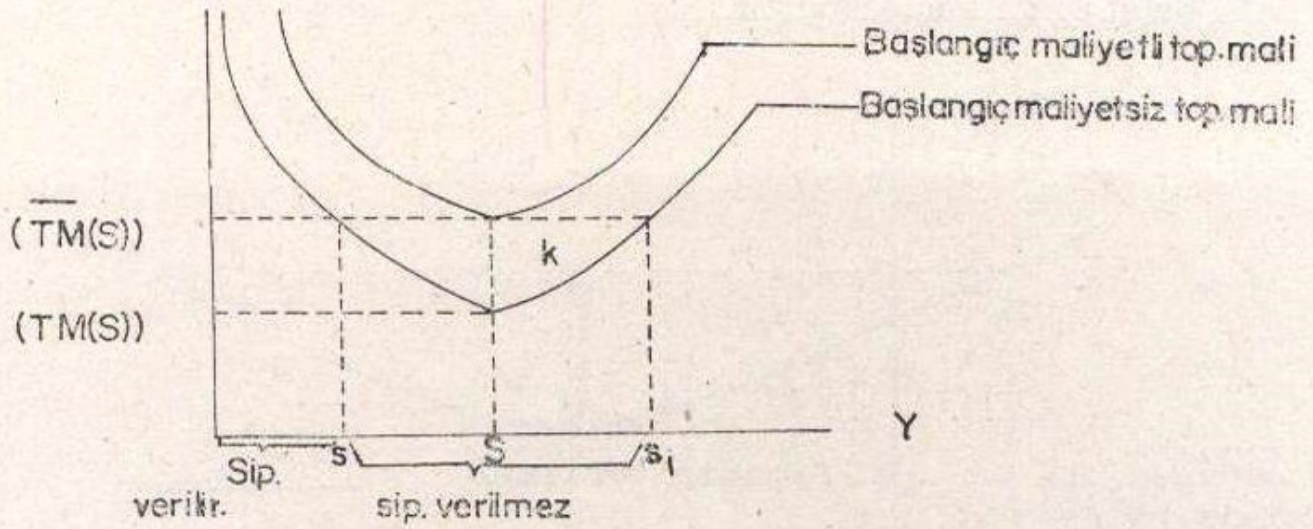
3. ÇOK DÖNEM MODELLER

Çok dönem modelleri genel olarak iki koşul altında ele almak mümkündür:

1. Noksan talep durumunun var olduğu ve olmadığı durum,
2. Sıfır ve pozitif teslim gecikmesi durumu.

Model genellikle sonlu dönem için ele alınır. Sonsuz dönem için ise, sonsuz duruma yakın sayılabilecek uzunlukta dönem sınırlaması yapılarak sonlu durumdan hareketle model geliştirilir. Bu modellerin varsayımlarından birisi de başlangıç maliyetin olmadığıdır. Başlangıç maliyet işe dahil edildiği zaman, işlemler çözümsüz denecek kadar güçleşmektedir.

Tek dönem modellerde optimal stok politikası maliyet fonksiyonunun minimize edilmesi ile belirlenmektedir. Çok dönem modellerde maliyet minimizasyonuna alternatif olarak, kâr maksimizasyonu açısından sistem ele alınabilir. Ancak tek dönem modellere benzemeyen husus, bu modellerde paranın iskonto değeri hesabının göz önüne alınması gerektiğidir. Eğer dönem başındaki iskonto faktörünü α ile gösterirsek, ($\alpha = 1$), n dönem sonra ($n = 1$) S kadar paranın $\alpha^n S$ 'e eşit olduğu söylenir. Modelde açıklığa kavuşturulması gerekli bir kavram da plânlama dönemi kavramıdır. Kısaca hafta, ay vb. olabilen zaman dönemi uzunluğu ve firmanın stokları üzerine plân yaptığı dönem plânlama dönemi olarak tanımlanabilir (Dreyfus and Law, 1977:142). Çok dönem stok modellerinin



Sekil 3. Anı Talepli Başlangıç Maliyetli Model

Önceki modelde olduğu gibi, bu modeli de sayısal bir örnekle açıklamakta yarar görmekteyiz.

$h = 1,5$ Tl. , $p = 8,5$ Tl. , $c = 0,5$ Tl. , $k = 25$ Tl. ,
 $S = 8$ ve $y^{op} = 8$ birim olsun. s 'yi belirlemek için:

$$TM(y) = 0,5 (y-x) + 1,5 \int_0^y \frac{1}{10} (y-t) dt + 8,5 \int_0^{10} \frac{1}{y} (t-y) dt$$

$$= 0,5 (y-x) + 0,15 \left[yt - \frac{t^2}{2} \right]_0^y + 0,85 \left[\frac{t^2}{2} - ty \right]_0^{10}$$

gerekli kısaltmalar yapılırsa;

$$0,35y^2 - 8y + 42,5 - 0,5x \quad \text{ifadesi elde edilir.}$$

Problemin verilerine göre S ve y^{op} bilinmektedir. O halde, s için toplam maliyet S 'nin toplam maliyetine başlangıç maliyetin eklenmesi ile bulunur. O halde $TM(s) = k + TM(S)$ yazılabilir, yukarıdaki eşitlik de,

$$0,35s^2 - 8s + 42,5 - 0,5x = 25 + 0,35S^2 - 8S + 42,5 - 0,5x$$

şeklinde yazılabilir. $S = 8$ değeri yerine konursa,

$0,35s^2 - 8s - 27,8 = 0$ yazılır. Bu denklemin çözümü sonucunda s için iki değer sunulur : $s_1 = 25,92$ ve $s_2 = -3,06$ s_2 değeri negatif olduğu için dikkate alınmayacaktır, s_1 değeri ise S değerinden büyüktür, yani s tanımlanamamaktadır. s 'nin tanımlanması bu çözüm prosedürü so-

şini etkileyen bir soru akla gelebilir: Elde, sipariş verilmeden önce, x kadar stok miktarı varsa, ne kadar sipariş vermek gerekir? Bu soru üç temel şarta bağlıdır:

1. $x < s$ durumu,
2. $s \leq x \leq S$ durumu ve
3. $x > S$ durumu.

Yukarıda sıralanan bu şartları taşıyan model kısaca $(s-S)$ politikası olarak bilinir. Modelin ana varsayımı, stok durumu (= eldeki miktar + sipariş - noksan stok), herhangi bir s miktarına eşit ya da ondan daha küçük ise S kadar sipariş verilerek optimal stok politikası belirlenir (Erhardt and Mosier, 1984). Model kısaca,

eğer, $x < s$ ise $S-x$ kadar sipariş verilir,

eğer, $x > s$ ise sipariş verilmez şeklinde özetlenir.

$(s-S)$ politikası üzerinde zaman yapısına bağlı olarak, kesikli zaman politikası esas alınarak yapılan uygulamalar da vardır (Kao, 1975). Burada k , y^{op} ve S bilindiğinde, s 'nin belirlenmesi esasına dayalı uygulama yapılmıştır.

Modelin uygulaması için aşağıdaki formüller kullanılır:

k = başlangıç maliyeti,

$\overline{TM}(y)$ = başlangıç maliyetle toplam umulan maliyet,

$TM(y)$ = başlangıç maliyetsiz toplam umulan maliyet olup, diğer notasyonlar önceki modeldeki notasyonlarla aynı anlamı taşımak üzere,

$$\begin{aligned} \overline{TM}(y) &= k + c(y-x) + h \int_0^y (y-t) \phi(t) dt + p \int_y^{\infty} (t-y) \phi(t) dt \\ &= k + TM(y) \end{aligned}$$

$TM(y)$ 'nin minimum değeri önceki modelde olduğu gibi y^{op} değerinin yerine getirilmesiyle ilgili olduğundan,

$$F(y) = \frac{p-c}{p+c} \text{ yazılır.}$$

Modelde k sabit olarak kabul edildiğinden, $TM(y)$ 'nin minimum değeri y^{op} 'un elde edilmesine bağlı olacaktır. Modelin işleyişi Şekil 3.'de gösterilmiştir (Taha, 1976: 431).

formülasyonu dinamik programlama ile yapılmaktadır. Genel olarak, başlangıç maliyet ele alınmadan noksan stokların olduğu, sıfır teslim gecikmesi olan model, yine sıfır teslim gecikmesi ve noksan stokların olmadığı durum; ve ayrıca, noksan stok söz konusu olduğu halde pozitif teslim gecikmesi durumları ele alınıp, dinamik programlama yardımıyla çeşitli çözümler yapılabilir. Bu makalede, tek dönem stokastik modeller daha detaylı olarak ele alınmış, çok dönem modeller başka çalışmalara bırakılmıştır.

KAYNAKÇA

- Alwan, A.J., and D.G. Parisi (1974); *Quantitative Methods for Decision Making*, General Learning Corp., New Jersey
- Aydıncioğlu, Aydın (1976); *Yönetim Ekonomisi*, İstanbul İTÜ Yayınları
- Boothroyd H. and R.C. Tomlinson (1963); «The Stock Control of Engineering Spares - A Case Study» *Operational Research Quarterly*, Vol. 14, No. 3
- Cook, Thomas M. and Robert A. Russel (1981); *Introduction to Management Science (sec. Ed.)*, Prentice-Hall Int. Inc. New Jersey
- Dreyfus, Stuart E. and Averill M. Law (1977); *The Art and Theory of Dynamic Programming*, Academic Press New York
- Erhard. Richard and Charles Mosier (1984); «A Revision of The Power Approximation for Computing (s-S) Policies» *Management Science*, Vol. 30
- Hicks, Philip E. (1977); *Introduction to Industrial Engineering and Management Science*, McGraw-Hill Kogakusha Ltd. Tokyo
- Johnson, Lynwood A. and Douglas C. Montgomery (1971); *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control*, John Wiley and Sons Inc., New York
- Richmond, Samuel B. (1968); *Operations Research for Management Decisions*, The Ronald Press Comp., New York
- Taha, Hamdy (1976); *Operations Research, an Introduction (sec. Ed.)*, MacMillan Publishing co., New York
- Tatar, Tefvik; *İşletmelerde Üretim Yönetimi ve Teknikleri*, Ankara Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi Yayınları, No. 4 Ankara

Taylor, C.J. (1961); «The Application of the Negative Binomial Distribution to Stock Control Problems», Operational Research Quarterly, Vol 12, No. 2

Türk, İsmail (1979); Maliye Politikası, Amaçlar-Araçlar ve Çağdas Bütçe Teorileri (4. Baskı), S Yayınları, Ankara

Zimmerman, Hans-Jürge nand Michael G. Sovereign (1974); Quantitative Models for Production Management, Prentice Hall Inc., New Jersey

STOCHASTIC INVENTORY CONTROL MODELS

Inventory control takes places among the subjects that interest present businesses closely. But except large businesses, making inventory control suitable to its theoretical structure has not been used commonly yet. Inventory control is generally taken into account in two groups; deterministic and stochastic (probabilistic). In deterministic model, it is supposed that the demand and the lead time and the other parametres (holding costs, storage costs and the others) and the solution is made for the economic order quantity and the other data. Whereas in stochastic inventory control models demand and lead time are accepted at random and it can often be defined by means of a probability distribution and is not certainly known by the businesses except those producing on order. As it is thought that it is closely related the real life, in this paper single-period models, with instantaneous demand ,no set up cost and instantaneous demand, set up cost, stochastic models are studied. In addition to the running of these models are explained by giving examples to each.