

## LOJİT ANALİZ

Semra Oral ERBAŞ (\*)

### ÖZET

Kesikli rassal değişkenlerdeki değişimeyi açıklayan modellerin arasında en çok kullanılan, bağımlı değişkenin iki değerli veya ikiden fazla değerli niteliksel olduğu durumları içerenidir.

Bu tip modellerin parametre tahminleri, basit en küçük kareler ile elde edilemez. Bu nedenle  $y = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}}$  lojüt dönüşümü kullanılır.

Bu çalışmada iki değerli doğrusal lojit fonksiyonu ile parametre tahminlerinin nasıl elde edileceği alerji konusunda seçilmiş 1193 hastalı örneğe uygulanarak gösterildi.

### GİRİŞ

Pratikte birçok araştırmada ilgilendiğimiz özelliklerini içeren niteliksel değişkenler kullanılır. Bu nedenle kesikli sınıflandırılmış niteliksel değişkenlerle oluşturulan çapraz tabloların kullanımı gereklidir. (Fowlkes, Freeyn, 1988) Bu tabloların en basit 2x2 boyutlu tablolar olup bunlara ilişkin bağımsızlık testi için  $\chi^2$  testi kullanılır.

Ancak değişkenler arasında yapılan ilişki sınamasından sonra çözümlemeyi daha ileri götürmek mümkün olmaz. Özellikle bağımlı (açıklanan) değişken iki değer alan (0 ve 1) bir değişken ise çözümlemeyi bilinen yöntemlerle yürütmeye çalışmak zordur.

Oysa birçok araştırmada bağımlı değişken iki değer alan bir niteliksel değişkendir. Örneğin: Kalp hastası olanlar - olmayanlar, A ilacını kullanıpta 10 günden az sürede iğleşenler - iğleşmeyenler, hepatit olanlar - olmayanlar v.b...

Böyle bir bağımlı değişkeni içeren en basit model

$$Y_i = \beta_0 + \beta X_i + u_i \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

şeklinde olup, burada  $Y_i$ :

(\*) Yrd.Doç.Dr. G.Ü.Fen.Ed.Fak. İstatistik Bölümü.

$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{Polenlere alerjisi olanlar} \\ 0 & \text{Polenlere alerjisi olmayanlar} \end{cases}$

dır.

$Y_i : X_i$  açıklayıcı (bağımsız) değişkenlerini içeren bir doğrusal fonksiyon olup  $E(Y_i / X_i)$ ;  $X_i$  verilmişken  $Y_i$ 'nin koşullu beklenen değeridir.

$P(Y_i = 1/X_i)$ ;  $X_i$  verilmişken  $Y_i$  bağımlı değişkenin 1 değerini alma olasılığı olup

$$E(Y_i / X_i) = \beta_0 + \beta X_i \quad (2)$$

dır.  $Y_i = 1$  değerini alma olasılığı  $P_i$  ile gösterilirse,  $Y_i = 0$  olma olasılığı  $1 - P_i$  olup  $Y_i$  aşağıdaki dağılıma sahiptir.

$Y_i$	Olasılık
0	$1 - P_i$
1	$P_i$
	$+$
	1

o halde  $Y_i$  nin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(Y_i) &= 0(1 - P_i) + 1(P_i) \\ &= P_i \end{aligned} \quad (3)$$

(2) ve (3) nolu eşitlikler karşılaştırılacak olursa

$$E(Y_i / X_i) = \beta_0 + \beta X_i = P_i$$

bulunur.

$P_i$  olasılığı 0 ve 1 arasında olacağından

$$0 \leq E(Y_i / X_i) \leq 1$$

olur.  $Y_i = \beta_0 + \beta X_i$  modelinin parametrelerinin tahminleri basit en küçük kareler yöntemi ile bulunabilir. Ancak bu durumda bazı problemler ile karşılaşılır (Cox, Snell 1989).

1°  $u_i$  hata terimleri normal dağılma özelliğini bu modellerde sağlamaz çünkü  $Y_i$  gibi  $u_i$ 'ler de sadece iki değer alır. (1) nolu eşitlikten :

$$u_i = Y_i - \beta_0 - \beta X_i$$

eşitliği elde edilir.

$$Y_i = 1 \text{ olursa } u_i = 1 - \beta_0 - \beta X_i$$

$$Y_i = 0 \text{ olursa } u_i = \beta_0 - \beta X_i$$

olur. Sadece iki değer alan  $u_i$  değişkenin normal dağılmayacağı açıktır.

2°  $u_i$  nun dağılımı değişen varyansa (heteroskedastisity) sahiptir. Çünkü:

$E(u_i) = 0$  ve  $E(u_i u_j) = 0$   $i = j$  olsa bile  $u_i$  lerin dağımının sabit varyanslı (homoskedastisity) oluşu uzun süre korunamaz, bunu görmek için aşağıdaki olasılık dağılımını alalım.

$u$	Olasılık
$- \beta_0 - \beta X_i$	$\frac{1 - P_i}{1 - P_i}$
$1 - \beta_0 - \beta X_i$	$P_i$

$$\text{Var}(u_i) = E \left[ u_i - E(u_i)^2 \right]$$

olup  $E(u_i) = 0$  varsayıımı altında

$$\begin{aligned} \text{Var}(u_i) &= E(u_i^2) = (-\beta - \beta X_i)^2 (1 - P_i) + (1 - \beta_0 - \beta X_i) P_i \\ &= (-\beta_0 - \beta X_i)^2 (1 - \beta_0 - \beta X_i) + (1 - \beta_0 - \beta X_i)^2 (\beta_0 + \beta X_i) \\ &= (\beta_0 + \beta X_i) (1 - \beta_0 - \beta X_i) \end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned} \text{Var}(u_i) &= E(Y_i / X_i) [1 - E(Y_i / X_i)] \\ &= P_i (1 - P_i) \end{aligned}$$

(4) nolu denklem  $u_i$ 'nin değişen varyansa sahip olduğunu gösterir.

Çünkü  $u_i$  varyansı  $Y_i$ 'nin koşullu beklenen değerine bağlıdır. Bu koşullu beklenen değer ise  $X_i$ 'in aldığı değerlere bağlı olacaktır.

O halde  $u_i$ 'nin varyansı  $X_i$ 'e bağlıdır. Bu demektir ki  $u_i$ 'nin varyansı sabit olamaz. Bu durumda basit en küçük kareler yöntemi kullanılmaz.

3°  $0 \leq E(Y_i / X_i) \leq 1$  geçerli olamayabilir. Yani modelden elde edilen tahminler 0 - 1 aralığının dışına düşebilirler. Bu durumda 0'dan küçük değerler  $E(Y_i / X_i)$ 'nin için  $\hat{Y}_i$ , 0 olarak 1'den büyük değerler için  $\hat{Y}$ , 1 olarak alınır.

Tüm bu nedenler dolayısı ile bu tip modellerde parametre tahminleri basit en küçük kareler yöntemi ile bulunamayacağından Lojit dönüşümü uygulanır (Le-seffre, Albert 1989).

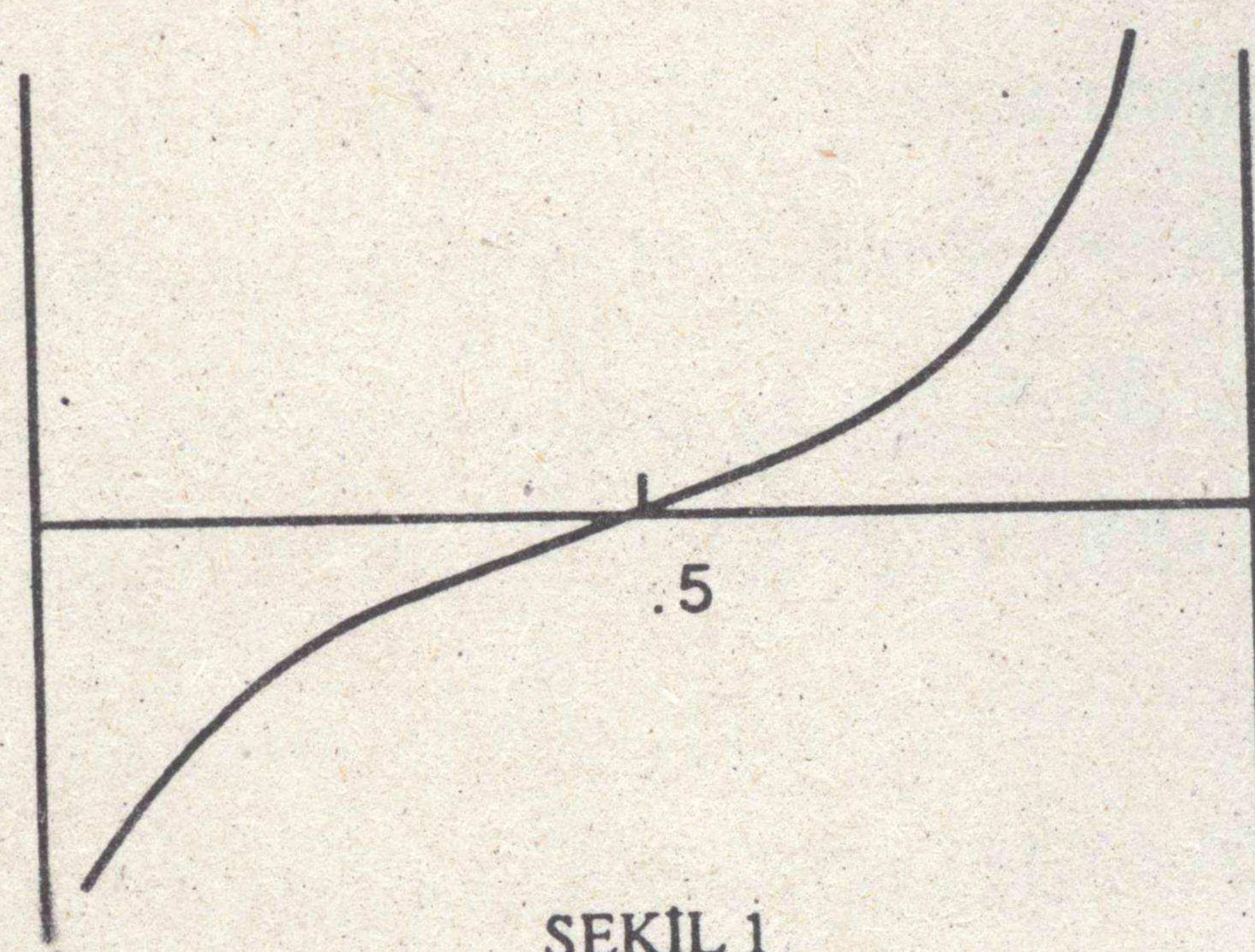
### LOJİT DÖNÜŞTÜRME

$$y = f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} \quad (5)$$

fonsiyonu kullanılarak yapılan dönüştürmeye Lojit dönüştürme adı verilir. Burada:

$$\beta x = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k \quad (6)$$

dır. Fonksiyon dönüşüm noktası  $y = 0,5$  olan S şeklinde bir yüzeyi gösterir.



Çapraz tablo elde edildikten sonra J'inci hücredeki bağımlı değişkenin oranı  $P_j$  ile ve açıklayıcı değişkenler vektörü de  $X_j$  ile gösterilirse  $0 < P_j < 1$  olmak üzere

$$P_j = \frac{1}{1 + e^{-\beta x_j - u_j}} \quad (7)$$

$$\log \frac{P_j}{1 - P_j} = \beta x_j + u_j \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir (Stukel, 1988).

$P_j = 0$  ve  $P_j = 1$  için lojit dönüştürme tanımlanamadığından çapraz tablodan bu oranları sağlayan hücrelerde bazı gözlemlerin yok edilmesi gerekir. Elde edilen doğrusal lojit modelindeki parametrelerin çözümü için:

1° Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi (Green, Carmone, 1977)

2° En çok olabilirlik yöntemi (Berkson, 1955)

3° Minimum lojit - ki kare yöntemi (Berkson, 1957)

gibi yöntemler kullanılır. Bu ca'ışmada en küçük kareler kullanılacaktır.

## AĞIRLIKLI EN KÜCÜK KARELERLE LOJİT

Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi ile bilinmeyen J olasılıkları  $P_j$  evet yanıtlarının oranları olarak çapraz tablodaki her hücre için tahmin edilir ve ağırlıklı en küçük kareler ile parametreler hesaplanır.

$$\log \frac{P_j}{1 - P_j} = L_j \quad (9)$$

olarak alınırsa doğrusal lojit fonksiyonu

$$L_j = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k + \varepsilon \quad (10)$$

şeklinde yazılır.

$$W_j = n_j \cdot P_j \cdot (1 - P_j) \quad (11)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $n_j$  herbir hücredeki gözlem sayısıdır. Lojit vektörü,  $X$  dummy değişken matrisi ve  $W$  köşegen ağırlık matrisi olmak üzere

$$b = (X' W^{-1} X)^{-1} X' W^{-1} L \quad (12)$$

şeklinde yazılarak (7) modelinin parametre tahminleri elde edilir (Green, Carmone 1977).

$L = xb$  çarpımından yararlanarak oranların tahminleri

$$\hat{P}_j = \frac{1}{1 + e^{-\hat{L}_j}} \quad (13)$$

hesaplanır.

## MODELİN TESTİ

Tahmin edilen oranlarla, gözlenen oranların birbirleri ile uyumu  $\chi^2$  (kikare) testi ile kontrol edilir.

$$\chi^2 = \sum_j \frac{n_j(P_j - \hat{P}_j)}{\hat{P}_j(1 - \hat{P}_j)} \quad (14)$$

Burada serbestlik derecesi hücre sayısından sütun sayısı (hesaplanan parametre sayısı) çıkarılarak bulunur (Green, Carmone 1977).

## UYGULAMA

Lojistik model son yıllarda başta kanser ve kardiyoloji olmak üzere bir çok değişik alanda oldukça geniş bir şekilde kullanılmaktadır (Willems J.L. ve arkadaşları 1986, 1988). Bu çalışmada ise alerji ünitesine başvuran hastaların gerçekten alerjik bir yapıya sahip olup olmamasını etkileyebilecek bazı ön göstergelerin saptanabileceği ve bu göstergelerin önemlerinin belirlenebileceği gösterilecektir.

Hastalara allerji testleri yapılmaya başlanmadan önce bazı bilgilere gerek vardır ve bu amaçla bazı sorular sorulmaktadır. Bu sorulara dayanarak hastanın allerjik bir yapıya sahip olup olmamasını açıklayabilecek 4 açıklayıcı değişken seçilmiştir.

$X_A$ : Aile öyküsü: ailede astım, allerjik nezle, ilaç allerjisi, akzama v.b. hastalıkların varlığında  $X$  kesikli değişkeni 1, yokluğunda 0 değerini alır. Yani  $A = A_i \quad i = 1,2$  dir.

$X_B$ : Cinsiyet: kesikli bir değişken olup erkek hastalar için 1, kadın hastalar için 0 değerini alır. Yani  $B = B_j \quad j = 1,2$ .

$X_C$ : Yaş: Sürekli bir değişken olup 0-15 ve 15'in üstünde olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Değişken hastanın yaşı 15'in altında ise 1, üstünde ise 0 değerini alır. O halde  $C = C_k \quad k = 1,2$  dir.

Allerji ünitesine başvuran 1193 hastaya allerji testi yapılmış ve 753'ünde gerçekten bazı maddelere karşı allerji belirlenmiştir. İlk aşamada açıklayıcı değişken sayısı kadar boyuta sahip bir çapraz tablo oluşturulmalıdır.

TABLO 1

Açıklayıcı Değişkenler		Aile Öyküsü							
		Evet				Hayır			
		Cinsiyet		Kadın		Erkek		Kadın	
				Yaş	Yaş	Yaş	Yaş	Erkek	Erkek
		0-15	15+	0-15	15+	0-15	15+	0-15	15+
Hastanın Öyküsü	Evet	100 (86)	118 (93)	79 (72)	110 (76)	64 (30)	88 (61)	90 (42)	96 (52)
	Hayır	40 (31)	72 (53)	63 (41)	76 (59)	32 (6)	50 (12)	39 (16)	76 (23)

Toplam: 1193

Her hücreye ilişkin koşullu olasılıklar  $P_{ijk}$  gösterilirse  $0 < P_{ijk} < 1$  olacaktır. Doğrusal lojit fonksiyonu da  $L_{ijkl}$  ile gösterilirse

$$L_{ijkl} = \ln \frac{P_{ijkl}}{1 - P_{ijkl}} \quad -\infty < L_{ijkl} < +\infty$$

Bu bir sütun vektörüdür.

Yukarıda verilmiş olan tablo için doğrusal Lojit fonksiyonu şöyle yazılabilir (Albert, Anderson 1981).

$$\hat{L}_{ijkl} = b_0 + b_{1i} + b_{2j} + b_{3k} + b_{4l} \quad i, j, k, l = 1, 2$$

Tablo 1 de bulunan ilk hücredeki 100 rakamı daha önce bir hastalık geçirmiş, 0-15 yaş grubu kadın ve aile öyküsünde allerjik bir hastalığı olan kişilerin sayısı 86 rakamı ise allerji testi sonucu rahatsız olduğu belirlenen kişi sayısını gösterir. Bu durumda  $P_{1111}$  koşullu olasılığı,

$$P_{1111} = \frac{\frac{86}{1193}}{\frac{658}{1193} \frac{330}{658} \frac{140}{330} \frac{100}{140}} = 0,86$$

olarak hesaplanır. Bu hücrede allerji ünitesine başvuran 100 hasta bulunduğu gözönüne alınırsa  $W_{ijkl} = n_{ijkl} \cdot P_{ijkl} (1 - P_{ijkl})$

$$W_{1111} = 100 (0.86) (1 - 0.86) = 12,04$$

dır. Bu ağırlık matrisinin ilk köşegen elemanıdır. Böylece 16 hücreye ilişkin  $P_{ijkl}$  koşullu olasılıkları teker teker sırası ile hesaplanırsa

$$P_{1111} = 0.86 \quad P_{1112} = 0.78 \quad P_{1121} = 0.79 \quad P_{1122} = 0.74$$

$$P_{1211} = 0.91 \quad P_{1212} = 0.65 \quad P_{1221} = 0.69 \quad P_{1222} = 0.78$$

$$P_{2111} = 0.47 \quad P_{2112} = 0.19 \quad P_{2121} = 0.69 \quad P_{2122} = 0.24$$

$$P_{2211} = 0.47 \quad P_{2212} = 0.41 \quad P_{2221} = 0.54 \quad P_{2222} = 0.30$$

elde edilir. Ağırlık matrisinin köşegen elemları ise sırası ile,

*Lojit Analiz*

$$W = \begin{bmatrix} 12.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 19.58 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 6.47 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30 & 23.52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.41 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18.82 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22.4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 16 \times 5$$

$$L_{ijkl} = \ln \frac{P_{ijkl}}{1 - P_{ijkl}} \quad \text{den yararlı anarak}$$

$$L_{1111} = 1.82$$

$$L_{2111} = -1.45$$

$$L_{1121} = 1.32$$

$$L_{2121} = 0.80$$

$$L_{1122} = 1.05$$

$$L_{1112} = 1.26$$

$$L_{1211} = 2.31$$

$$L_{2122} = -1.15$$

$$L_{1212} = 0.62$$

$$L_{2211} = -0.12$$

$$L_{1221} = 0.80$$

$$L_{2212} = -0.36$$

$$L_{1222} = 1.27$$

$$L_{2221} = 0.16$$

$$L_{2111} = -0.12$$

$$L_{2222} = -0.85$$

Ağırlıklı en küçük kareler ile parametrelerin tahminlerinin hesaplanması için

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}' \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}^{-1} \mathbf{L}$$

Formülünde gerekli bilgiler yerine konursa,

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -0.184 \\ 1.780 \\ -0.301 \\ 0.212 \\ 0.257 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Tahmin edilmiş  $\mathbf{b}$  parametrelerinin sayısal mutlak büyüklükleri o modelde açıklanan değişkeni etkileme derecesini belirler. Gerçekten  $b_0 = -0.184$  (Sabit terim) olup  $b_1 = 1.780$  mutlak değerce en büyük sayısal değerdir.

Bu demektir ki hastanın ailesinde allerjik bir hastalığı olan bireylerin bulunması o kişide de aynı tür bir rahatsızlığın bulunmasını önemli ölçüde etkilemektedir.

$b_4 = 0.258$ ,  $b_1$ 'den sonraki en büyük değer olup açıklanan değişkene olan etkisi önemlidir. Bu da hastanın geçirdiği bazı hastalıkların önemli olduğunu gösterir.

Son aşamada tahmin edilen parametrelerin anlamlılık testidir. Bunun için tahmin edilen oranlarla gözlenen oranların birbiri ile uyumu  $\chi^2$  testi ile kontrol edilir. Tahmin edilmiş Lojit fonksiyonu

$$\hat{L}_{ijkl} = b_0 + b_{1i} + b_{2j} + b_{3k} + b_{4l} \quad i,j,k,l = 1,2$$

için,

$$\hat{L}_{1112} = -0.184 + 1.780 - 0.301 + 0.212 + 0.257 = 1.560$$

$$\hat{L}_{1111} = -0.184 + 1.780 - 0.301 + 0.21178 = 1.507$$

hesaplanır. Diğerleri de benzer şekilde

$$\hat{L}_{1121} = 1.552$$

$$\hat{L}_{1112} = 2.065$$

$$\hat{L}_{2111} = -0.015$$

$$\hat{L}_{2211} = 0.285$$

$$\hat{L}_{1122} = 1.295$$

$$\hat{L}_{1221} = 1.853$$

$$\hat{L}_{2112} = -0.273$$

$$\hat{L}_{1222} = 1.596$$

$$\hat{L}_{2222} = -0.184$$

$$\hat{L}_{2121} = -0.227$$

$$\hat{L}_{1212} = -1.752$$

$$\hat{L}_{2122} = -0.85$$

$$\hat{L}_{2212} = 0.028$$

$$\hat{L}_{2221} = -0.074$$

elde edilir. O halde tahmin edilmiş oranlar:

$$\hat{P}_{ijkl} = \frac{1}{1 + e^{-\hat{L}_{ijkl}}}$$

Formülünden,

$$\hat{P}_{1111} = 0.83$$

$$\hat{P}_{1112} = 0.82$$

$$\hat{P}_{1121} = 0.83$$

$$\hat{P}_{1211} = 0.88$$

$$\hat{P}_{2111} = 0.50$$

$$\hat{P}_{2211} = 0.57$$

$$\hat{P}_{1122} = 0.79$$

$$\hat{P}_{1221} = 0.86$$

$$\hat{P}_{2112} = 0.43$$

$$\hat{P}_{1222} = 0.83$$

$$\hat{P}_{2222} = 0.45$$

$$\hat{P}_{2121} = 0.44$$

$$\hat{P}_{1212} = 0.15$$

$$\hat{P}_{2122} = 0.38$$

$$\hat{P}_{2212} = 0.51$$

$$\hat{P}_{2221} = 0.52$$

Buradan  $\chi^2 = 195.706$  elde edilir  $\chi^2 = 24.72$  tablodan elde edilen değer olup  $\chi^2_{hes} > \chi^2_{ll}$  olduğundan tahmin edilen parametreler anlamındadır.

## SONUÇ

Bu çalışmanın temel amacı: pratikte niteliksel değişkenlerle ortaya çıkacak problemlere çözüm arama yollarından birini tanıtmaktır.

Açıklanmaya çalışılan yöntemin kullanılma alanı çok genişdir. Ancak çalışmada tüm değişkenler sadece iki değer almaktadır. Bununla beraber çok değerli lojistik modeller konusunda da önemli aşamalar geliştirilmiştir (WILLEMS, LESAFFRE 1988).

## SUMMARY

Among the models explaining variation of the discrete random variables, most frequently used one contains qualitative dependent variables of the two or more values.

In this type of models estimation of parameters can not be obtained by the method of least squares in this case

$$y = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}}$$

In this paper by the use of 1193 peoples having allergy it is shown that how can be done estimation of parameter.

## KAYNAKÇA

ALBERT, A., ANDERSON, J.A. (1981) "Probit and logistic discriminant function." Comm. Statist. A 10, 641-657.

BERKSON, J., (1944) "Applications of the logistic function to bio-assay" Journal of the American Statistical Association 39, 357-365.

BERKSON, J., (1955) "Maximum likelihood and minimum  $\chi^2$  estimate of logistic function" Journal of the American Statistical Association 130-161.

BERKSON, J., (1957) "Tables for the maximum likelihood estimate of the logistic function" Biometrics, 13, 28-34.

COX, D.R., SNELL, E.J., (1989) Analysis of Binary Data, London.

FOWLKES, E.B., FRENEY, A.E., (1988) "Evaluating logistic models for large Contingency Tables" Journal of the American Statistical Association 83, 611-622.

GREEN, P.E., CARMONE, F.J., (1977) "On the Analysis of Qualitative data in marketing research 14, 54-58.

LESAFFRE, E., ALBERT, A., (1989) "Partial separation in logistic dicriminanton" The Journal of the Royal Statisticil Society B., 51, 1, 109-116.

*Lojitz Analiz*

STUKEL, T.A., (1988) "Generalized logistic models" **Journal of the American Statistical Association** 83, 426-431.

WILLEMS, J.L., (1986) "Computer analysis of the electrocardiogram" **Electrocardiology**, Paris, Publisher.

WILLEMS, J.L., LESAFFRE E. (1988) "Measuring the Certainty of a Decision Rule With Applications in Electrocardiography" **Method of information in medicine** 27, 155-160.

